

Последовательная композиция моделей Петри телекоммуникационных протоколов

Д.А.Зайцев

*Одесская национальная академия связи им. А.С.Попова
Ул. Кузнечная 1, Одесса 65038, Украина
<http://www.geocities.com/zsoftua>*

Аннотация

Представлена методология верификации телекоммуникационных протоколов в процессе последовательной композиции модели Петри из её минимальных функциональных подсетей. Последовательная организация процесса композиции позволяет получить дополнительное ускорение вычислений по сравнению с ранее рассмотренной одновременной композицией. При экспоненциальной сложности инвариантного анализа сетей Петри полученные ускорения вычислений являются весьма существенными и могут иметь порядки миллионов для моделей насчитывающих десятки вершин. Представленная методология детально изучена на примере последовательной композиции модели Петри широко известного протокола BGP магистральной маршрутизации Internet.

Ключевые слова: *телекоммуникационный протокол, верификация, сеть Петри, инвариант, последовательная композиция, функциональная подсеть*

1. Введение

Динамичное развитие телекоммуникаций за последние десятилетия продемонстрировало необходимость создания специальных методов, обеспечивающих реализацию новых технологий в кратчайшие сроки. Заметим, что разработка новой технологии в области телекоммуникаций включает такие этапы как научные исследования, предварительное обсуждение стандартов, создание опытных образцов, утверждение стандартных спецификаций, реализацию спецификаций в программном обеспечении и оборудовании.

Порядок взаимодействия телекоммуникационных систем регламентируется протоколом. Выпуском стандартов протоколов в настоящее время в мире занято несколько ведущих организаций, таких как ISO, IEEE, IETF, ITT. В целях обеспечения надёжной и эффективной реализации прикладных систем сложность используемых протоколов постоянно возрастает. Например, спецификация протокола BGP (RFC1105), принятая в 1989 году занимает 17 страниц, а спецификация протокола электронной коммерции IOTP (RFC2801), принятая в 2000 году размещается на 290 страницах. Кроме того, количество используемых телекоммуникационных протоколов удваивается каждые десять лет. Таким образом, создание эффективных методов верификации телекоммуникационных протоколов является актуальной научной проблемой.

Удобным средством спецификации телекоммуникационных протоколов являются раскрашенные сети Петри [1]. Однако раскрашенные сети позволяют заметить лишь анализ пространства состояний для верификации протокола. Классические модели Петри имеют, как правило, существенно большую размерность, но их использование позволяет задействовать формальные методы, такие как, например, инвариантный анализ [2]. Для исследования моделей Петри большой размерности было предложено [3] использовать декомпозицию на функциональные подсети. Однако многокомпонентные модели могут иметь количество контактных позиций, существенно превышающее размерность подсетей. В этом случае система композиции [3] становится узким местом, определяющим вычислительную сложность.

Целью настоящей работы является разработка методов верификации телекоммуникационных протоколов в процессе последовательной композиции [4,5] модели Петри из функциональных подсетей, позволяющих получить дополнительные ускорения вычислений. Применение предложенных методов проиллюстрировано примером верификации протокола BGP [6] с помощью последовательной композиции.

2. Сравнительный анализ одновременной и последовательной композиции

Методология анализа моделей Петри с помощью композиции функциональных подсетей представлена в [3-5]. Её применение состоит из следующих этапов: декомпозиция модели на функциональные подсети, анализ каждой из подсетей, синтез свойств модели на основе свойств её подсетей. Наглядным примером композиционного анализа является вычисление линейных инвариантов сетей Петри [6-8]. Установлено, что модель корректного телекоммуникационного протокола должна быть инвариантной сетью [2].

Декомпозиция сети Петри [9] характеризуется множеством её функциональных подсетей, а также множеством и порядком совмещения контактных (входных и выходных) позиций. Например, декомпозиция модели Петри протокола BGP, представленная на рис. 1, содержит восемь подсетей $Z1, \dots, Z8$; все позиции модели являются контактными, а порядок их совмещения определён обозначениями. Так композиция подсетей $Z1$ и $Z2$ осуществляется совмещением выходной позиции p_1 подсети $Z1$ с входной позицией p_1 подсети $Z2$, а также входной позиции p_2 подсети $Z1$ с выходной позицией p_2 подсети $Z2$. Заметим, что совмещаются позиции противоположных типов: входные с выходными и наоборот.

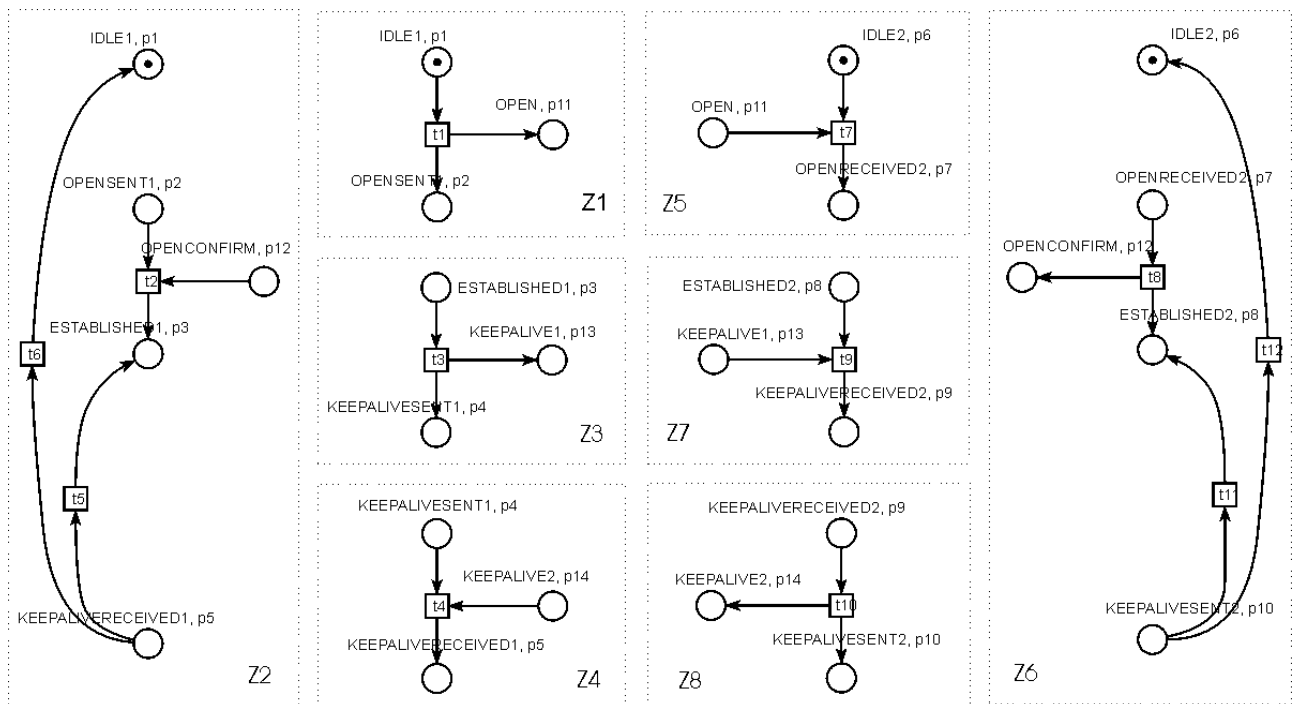


Рис. 1. Декомпозиция модели протокола BGP на минимальные функциональные подсети

Пусть r – это размерность максимальной подсети, а q – это размерность множества контактных позиций. Решение линейной диофантовой системы [11] размерности n на множестве неотрицательных целых чисел имеет экспоненциальную сложность порядка 2^n . Таким образом, сложность композиционного вычисления инвариантов определяется максимальным из указанных чисел $u = \max(r, q)$ и пропорциональна 2^u . Таким образом, применение ранее описанной [3] композиции, которую будем называть *одновременной*, предпочтительно в случае,

если максимальная размерность подсети превышает количество контактных позиций $r \geq q$. В противном случае предложено [4,5] решать последовательность систем меньшей размерности, выполняя композицию подсетей, например, попарно [4]. Тогда $q = q_1 + q_2 + \dots + q_k$ и сложность решения систем пропорциональна 2^d , где $d = \max(q_1, q_2, \dots, q_k)$. При этом даже в худшем случае декомпозиции: на две подсети размерности $q-1$ и 1 , получаем двукратное ускорение вычислений $\frac{2^q}{2^{q-1}}$. Реальные ускорения вычислений могут быть настолько существенными, что делают возможным вычисление инвариантов в случаях, оцениваемых ранее как практически неосуществимые [8].

3. Представление последовательной композиции модели Петри протокола BGP

Рассмотрим модель Петри протокола BGP, описанную в [6]. Декомпозиция модели на минимальные функциональные подсети [9] представлена на рис. 1. Декомпозиция выполнена с помощью программы Deboqah [10]. Отметим, что в отличие от [9] в настоящей работе рассмотрена полная детальная декомпозиция на минимальные подсети; во избежание чрезмерной детализации в [9] применена предварительная агломерация минимальных подсетей.

Декомпозиция, изображённая на рис. 1, может быть представлена ориентированным (рис. 2а), либо неориентированным (рис. 2б) графом. Напомним, что веса рёбер равны количеству используемых для связи подсетей контактных позиций. Так как при решении линейных систем направление связи представлено знаком переменной, а на оценки сложности влияет лишь количество контактных позиций, далее будем использовать неориентированные графы. При композиционном вычислении инвариантов количество уравнений системы соответствует количеству контактных позиций.

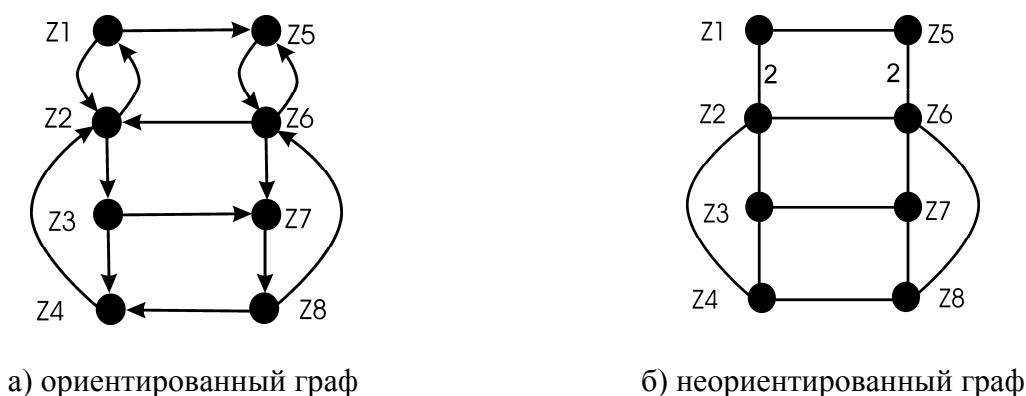


Рис. 2. Представление декомпозиции

Одновременная композиция требует решения системы 14 уравнений. Последовательная композиция может быть реализована множеством различных способов. Соответствующая математическая задача формализована [4,5] и названа задачей оптимального коллапса взвешенного графа. Дерево полного перебора для нашего примера насчитывает 91788 вариантов. При этом обеспечивается ширина коллапса от 3 до 7, соответствующая максимальной размерности системы на шаге. Наглядно, что даже самая худшая последовательная композиция обуславливает сложность 2^7 вместо 2^{14} , что обеспечивает ускорение вычислений примерно в 2^7 или в 128 раз. Оптимальный коллапс даёт сложность 2^3 и ускорения в $2^{11} = 2048$ раз.

Таблица 1. Количество вариантов коллапса графа

Ширина коллапса	3	4	5	6	7	Всего
Количество вариантов	16040	35956	26832	10080	2880	91788

На рис. 3 представлен фрагмент дерева полного перебора, содержащего одну последовательность для каждого возможного значения ширины коллапса. Точное количество вариантов для каждого из случаев приведено в табл. 1. В [4,5] предложен и статистически обоснован эвристический алгоритм оптимального коллапса, состоящий в выборе на шаге ребра с максимальным весом. Алгоритм имеет линейную сложность и даёт достаточно хорошее приближение [4]. Заметим, что для модели протокола BGP все 48 возможных вариантов применения правила "ребро максимального веса" дают оптимальную ширину коллапса, равную 3.

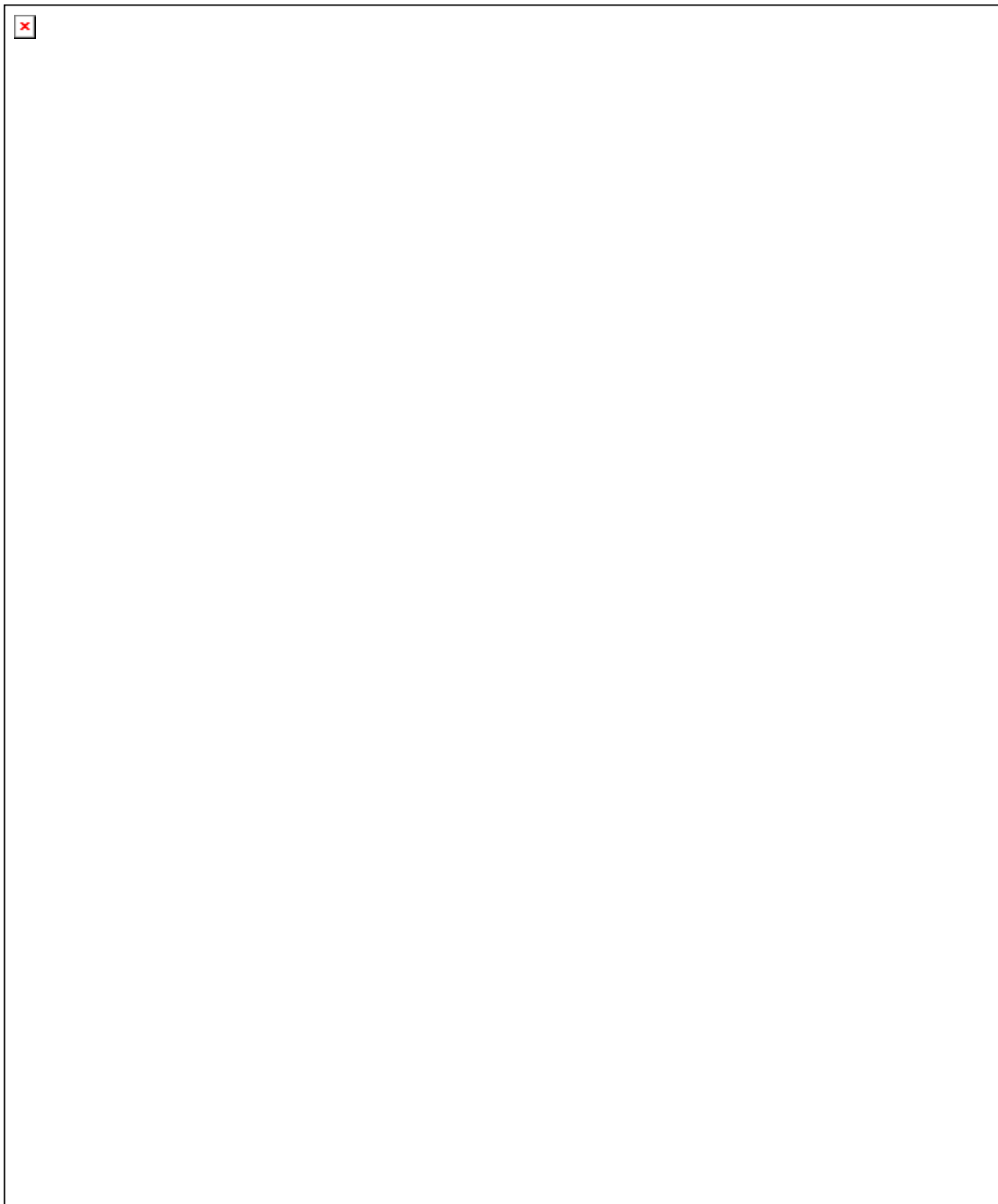


Рис. 3. Фрагмент дерева полного перебора коллапса взвешенного графа

4. Последовательная композиция модели Петри протокола BGP

Выполним вычисление инвариантов позиций модели протокола BGP в процессе последовательной композиции из минимальных функциональных подсетей в соответствии с оптимальной последовательностью, представленной на рис. 3а.

I. Вычислим инварианты минимальных функциональных подсетей (табл. 2):

Таблица 2. Базисные инварианты минимальных функциональных подсетей

Подсеть	Базисные инварианты	Подсеть	Базисные инварианты
Z1	$\begin{array}{c ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline & + & + & + \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ \hline & + & + & + \end{array}$	Z5	$\begin{array}{c cccc} & 2 & 10 & 11 & \\ \hline & + & + & + & + \\ 1 & 0 & 1 & 1 & \\ 2 & 1 & 0 & 1 & \\ \hline & + & + & + & + \end{array}$
Z2	$\begin{array}{c ccccc} & 1 & 3 & 4 & 5 & 9 \\ \hline & + & + & + & + & + \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & + & + & + & + & + \end{array}$	Z6	$\begin{array}{c cccccc} & 4 & 10 & 11 & 12 & 14 \\ \hline & + & + & + & + & + \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & + & + & + & + & + \end{array}$
Z3	$\begin{array}{c ccc} & 5 & 6 & 7 \\ \hline & + & + & + \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ \hline & + & + & + \end{array}$	Z7	$\begin{array}{c ccc} & 6 & 12 & 13 \\ \hline & + & + & + \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & + & + & + \end{array}$
Z4	$\begin{array}{c ccc} & 7 & 8 & 9 \\ \hline & + & + & + \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ \hline & + & + & + \end{array}$	Z8	$\begin{array}{c ccc} & 8 & 13 & 14 \\ \hline & + & + & + \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & + & + & + \end{array}$

Для вычисления инвариантов использована программа Adriana, реализующая модифицированный метод Тудика [11]. Напомним, что в матричном представлении номер строки соответствует номеру базисного инварианта; столбцы соответствуют позициям сети Петри.

II. Выполним последовательную композицию (табл. 3):

Таблица 3. Последовательная композиция минимальных функциональных подсетей

Композиция	Система композиции	Базисные инварианты полученной подсети
Z1+Z2 → Z1,2	$\begin{array}{c cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & + & + & + & + \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ \hline & + & + & + & + \end{array}$	$\begin{array}{c ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 9 \\ \hline & + & + & + & + & + & + \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & + & + & + & + & + & + \end{array}$
Z5+Z6 → Z5,6	$\begin{array}{c cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & + & + & + & + \\ 10 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 11 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ \hline & + & + & + & + \end{array}$	$\begin{array}{c cccccc} & 2 & 4 & 10 & 11 & 12 & 14 \\ \hline & + & + & + & + & + & + \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & + & + & + & + & + & + \end{array}$

$Z_{1,2} + Z_{5,6}$ $\rightarrow Z_{1,2,5,6}$	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>2</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>2 </td><td>1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>4 </td><td>-1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>		2	4	2	1	-1	4	-1	1	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th><th>14</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1 </td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2 </td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3 </td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>		1	2	3	4	5	9	10	11	12	14	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	2	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1																																																																	
	2	4																																																																																																																						
2	1	-1																																																																																																																						
4	-1	1																																																																																																																						
	1	2	3	4	5	9	10	11	12	14																																																																																																														
1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0																																																																																																														
2	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0																																																																																																														
3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1																																																																																																														
$Z_7 + Z_8$ $\rightarrow Z_{7,8}$	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>13 </td><td>1</td><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> </tbody> </table>		1	2	3	4	13	1	1	-1	-1	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>6</th><th>8</th><th>12</th><th>13</th><th>14</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1 </td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2 </td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>3 </td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4 </td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>		6	8	12	13	14	1	1	1	0	1	0	2	1	0	0	1	1	3	0	1	1	1	0	4	0	0	1	1	1																																																																														
	1	2	3	4																																																																																																																				
13	1	1	-1	-1																																																																																																																				
	6	8	12	13	14																																																																																																																			
1	1	1	0	1	0																																																																																																																			
2	1	0	0	1	1																																																																																																																			
3	0	1	1	1	0																																																																																																																			
4	0	0	1	1	1																																																																																																																			
$Z_{1,2,5,6} + Z_{7,8}$ $\rightarrow Z_{1,2,5,6,7,8}$	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>3</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>12 </td><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>14 </td><td>-1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>		3	5	6	7	12	1	0	-1	-1	14	-1	1	0	1	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th><th>13</th><th>14</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1 </td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2 </td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3 </td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>4 </td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>		1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	3	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0																																	
	3	5	6	7																																																																																																																				
12	1	0	-1	-1																																																																																																																				
14	-1	1	0	1																																																																																																																				
	1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14																																																																																																											
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1																																																																																																											
2	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																											
3	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																											
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0																																																																																																											
$Z_{1,2,5,6,7,8} + Z_3$ $\rightarrow Z_{1,2,3,5,6,7,8}$	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>5 </td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>6 </td><td>0</td><td>0</td><td>-1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>		2	3	4	5	6	5	1	1	0	-1	-1	6	0	0	-1	1	0	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th><th>13</th><th>14</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1 </td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2 </td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>3 </td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>4 </td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>5 </td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	2	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	3	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	4	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1										
	2	3	4	5	6																																																																																																																			
5	1	1	0	-1	-1																																																																																																																			
6	0	0	-1	1	0																																																																																																																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14																																																																																																										
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																										
2	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0																																																																																																										
3	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																										
4	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0																																																																																																										
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1																																																																																																										
$Z_{1,2,3,5,6,7,8} + Z_4$ $\rightarrow Z_{1,2,3,4,5,6,7,8}$	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>6</th><th>7</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>7 </td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>8 </td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr><td>9 </td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>		1	2	3	4	6	7	7	1	0	1	0	0	-1	8	0	1	0	1	-1	0	9	-1	-1	-1	-1	1	1	<table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th><th>13</th><th>14</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1 </td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2 </td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3 </td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4 </td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>5 </td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	2	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	4	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
	1	2	3	4	6	7																																																																																																																		
7	1	0	1	0	0	-1																																																																																																																		
8	0	1	0	1	-1	0																																																																																																																		
9	-1	-1	-1	-1	1	1																																																																																																																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14																																																																																																										
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																										
2	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																										
3	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0																																																																																																										
4	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0																																																																																																										
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1																																																																																																										

Для вычисления инвариантов в процессе последовательной композиции функциональных подсетей использована программа *Adriana*, алгоритм работы которой реализует методологию, представленную в [3-5]. Отметим, что решение системы представляет собой множество базисных инвариантов соответствующей подсети, полученной в результате композиции. Таким образом, решение, указанное в последней строке таблицы, представляет собой множество базисных инвариантов позиций исходной сети Петри. Это решение совпадает с решением, полученным с помощью одновременной композиции подсетей [9], а также с решением, полученным обычными методами, например, с помощью системы *Tina* [12].

Остановимся более подробно на представлении системы композиции. Строки матрицы соответствуют уравнениям системы и индексированы номерами контактных позиций. Столбцы соответствуют вспомогательным переменным, которые индексируют базисные инварианты функциональных подсетей, участвующих в композиции. Так, например, система композиции, представленная в первой строке таблицы имеет вид:

$$\begin{cases} -z_1 - z_2 + z_3 + z_4 = 0, \\ z_2 - z_4 = 0. \end{cases}$$

Переменная z_1 соответствует первому базисному инварианту подсети Z1; переменная z_2 – второму базисному инварианту подсети Z1; переменная z_3 – первому базисному инварианту подсети Z2; переменная z_4 – второму базисному инварианту подсети Z2. Первое уравнение соответствует контактной позиции p_1 . Для построения этого уравнения рассмотрим столбец базисных инвариантов подсетей Z1 и Z2, индексированный номером позиции p_1 . Для каждой из подсетей столбец содержит единицы; для входящей подсети значение берётся с плюсом, для исходящей – с минусом. Второе уравнение соответствует контактной позиции p_3 . Ненулевым в столбце, индексированном номером позиции p_3 , является лишь элемент второй строки, как для подсети Z1, так и для подсети Z2.

Заметим, что процесс композиционного вычисления инвариантов детально описан в [3-5]; в настоящей работе в табл. 3 приведен лишь конечный результат вычислений в виде матрицы базисных инвариантов.

5. Анализ полученных результатов

Для сравнения процессов одновременной и последовательной композиции модели Петри протокола BGP приведём матрицу системы одновременной композиции и полученные базисные инварианты (табл. 4):

Таблица 4. Одновременная композиция минимальных функциональных подсетей

Система одновременной композиции																Базисные инварианты																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	2	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
4	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	4	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
5	0	0	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0																
7	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0																
8	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0															
9	0	0	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0																
10	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0																
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	0	0	0	0																
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0																
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1																
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1																

Заметим, что 16 переменных системы композиции соответствуют 16-ти базисным инвариантам всех минимальных функциональных подсетей.

Следует отметить, что в настоящей работе рассмотрен достаточно абстрактный пример модели Петри, содержащей 14 позиций и 12 переходов. Детализированная модель такого сложного протокола, как BGP, с учётом дополнений и изменений к первоначальному стандарту требует использования сотен вершин сети Петри. Мы абстрагировались от содержимого сообщений, которыми обмениваются системы. Примером того, каким образом поля пакетов могут быть представлены в модели, является модель протокола TCP, изученная в [7,8]. Изучение сравнительно небольшой модели позволило представить подробное описание методологии одновременной и последовательной композиции функциональных подсетей на примере конкретного телекоммуникационного протокола.

Заметим, что в оценках вычислительной сложности не рассматривалась аддитивная составляющая решения систем низших порядков, которая может быть существенной лишь для сетей небольшой размерности. Как правило, в теории сложности при оценке экспоненциальных функций рассматривают слагаемое со степенной функцией, имеющей наибольший порядок роста. Хорошей иллюстрацией роста ускорений вычислений с увеличением размерности сетей является табл. 5; выбрано пропорциональное увеличение количество контактных

позиций и ширины коллапса, что соответствует простому умножению весов рёбер графа декомпозиции.

Таблица 5. Ускорение вычислений при последовательной композиции

Количество контактных позиций	Сложность одновременной композиции	Ширина коллапса графа декомпозиции	Сложность последовательной композиции	Ускорение вычислений
14	16384	3	8	2048
28	268435456	6	64	4194304
42	$4,398 \cdot 10^{12}$	9	512	8589934592
56	$7,206 \cdot 10^{16}$	12	4096	$1,759 \cdot 10^{13}$

Следует также отметить, что известные оценки сложности решения линейных диофантовых систем в целых неотрицательных [11] числах являются асимптотическими; таким образом, сложность решения конкретных систем может быть существенно меньшей.

6. Выводы

Таким образом, в настоящей работе представлена и детально изучена на примере верификации протокола BGP методология последовательной композиции моделей Петри. Последовательная композиция позволяет получить значительные дополнительные ускорения вычислений, что позволяет в ряде случаев выполнить анализ свойств моделей Петри, считавшийся ранее практически неосуществимым.

Методология предназначена для анализа и синтеза моделей Петри большой размерности, таких, как, например, детализированные модели телекоммуникационных протоколов.

Литература

1. Jensen K. *Colored Petri Nets – Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use.*- Vol. 1-3, Springer-Verlag, 1997.
2. Girault C., Volk R. *Petri nets for systems engineering – A guide to modeling, verification and applications*, Springer-Verlag, 2003, 607p.
3. Зайцев Д.А. Инварианты функциональных подсетей // *Научные труды Одесской национальной академии связи им. А.С. Попова.*- №4.- 2003.- с. 57-63.
4. Зайцев Д.А. Последовательная композиция функциональных подсетей // *Труды Одесской национальной академии связи им. А.С. Попова*, № 3, 2004, с. 33-40.
5. Zaitsev D.A. *Functional Petri Nets*, Universite Paris-Dauphine, Cahier du Lamsade 224 Avril 2005, 62p (www.lamsade.dauphine.fr/cahiers.html).
6. Зайцев Д.А. Верификация телекоммуникационных протоколов с помощью декомпозиции сетей Петри // *Зв'язок №1(53)*, 2005, с. 41-47.
7. Зайцев Д.А. Инвариантность модели Петри протокола TCP // *Научные труды Одесской национальной академии связи им. А.С. Попова.*- №2.- 2004, с. 19-27.
8. Zaitsev D.A. *Verification of protocol TCP via decomposition of Petri net model into functional subnets* // *Proceedings of the Poster session of 12th Annual Meeting of the IEEE / ACM International Symposium on Modeling, Analysis, and Simulation of Computer and Telecommunication Systems*, October 5-7, 2004, Volendam, Netherlands, p. 73-75.
9. Зайцев Д.А. Декомпозиция сетей Петри // *Кибернетика и системный анализ*, №5, 2004, с. 131-140.
10. Зайцев Д.А. Программное обеспечение для декомпозиции двудольных орграфов // *Научные труды Донецкого государственного технического университета, серия "Информатика, кибернетика и вычислительная техника"*, 2005 (www.geocities.com/zsoftua/sofir.htm).
11. Зайцев Д.А. К вопросу о вычислительной сложности метода Тудика // *Искусственный интеллект.*- 2004, №1, с. 29-37.
12. Berthomieu B., Ribet O.-P., Vernadat F. *The tool TINA - construction of abstract state space for Petri nets and Time Petri nets* // *International Journal of Production Research*, Vol. 42, no. 4, 2004 (www.laas.fr/tina).